

Algorithmen und Programmierung I

WS 2004 / 2005

Übung 11 (25 Punkte)

Ausgabe: Mo. 17.1.2005

Abgabe: Mi. 26.1.2005, 10.00

Verspätet abgegebene Lösungen werden nicht akzeptiert.

Die Abgabe erfolgt in Zweiergruppen. Die Gruppe darf nur mit ausdrücklicher Genehmigung des Tutors gewechselt werden.

Abgegeben werden müssen

- alle Lösungen einmal ausgedruckt. **Handschriftliche Lösungen werden nicht akzeptiert.**
- Programme, Testdaten, Testergebnisse in elektronischer Form in Absprache mit den Tutorinnen und Tutoren.

Aufgabe 11.1 (8 Punkte)

Gegeben der folgende algebraische Typ für natürliche Zahlen:

```
data Nat = Null | Nf Nat
```

- Wie sehen die Darstellungen der Zahlen 0, 1, 2, 3 aus?
- Fügen Sie den Typ explizit als Element in die Typklassen Eq und Ord ein.
- Ebenso: in die Typklasse Num. Für Int sollen nur die Operationen + und * implementiert werden (Da nicht alle Schnittstellenoperationen von Num implementiert werden, gibt es Fehlermeldungen. Ignorieren.)
- Berechnen Sie die Fibonaccizahlen auf `Nat`: `fibNat :: Nat -> Nat`. Der Algorithmus soll endrekursiv sein.

Aufgabe 11.3 (8 P)

a) Wie viele terminierende Reduktionen von `quadrat (4+5)` gibt es?
(mit `quadrat x = x*x`)

b) Gesucht sind die Folgen von Reduktionen bei applikativer bzw. normaler Reduktion für folgenden Ausdruck:

```
map f [1..2] where f n = 10*10+n (lokale Definitionen werden bei der Reduktion wie globale behandelt.)
```

c) Gegeben die folgende Definition einer Funktion `f`:

```
f 0 = 0
```

```
f 1 = 1
```

```
f (n+2) = 2 * f (n+1) - f n
```

Reduzieren Sie den Ausdruck `f 3` unter Angabe aller Schritte auf Normalform (normale Reduktion).

d) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen `n >= 0` gilt:

```
f n = n
```

Aufgabe 11.3 (4 Punkte)

a) Geben Sie die Schritte zur Unifizierung von $(a, [b])$ mit (a, c) zu $(\text{Bool}, [\text{Bool}])$ an.

b) Bekanntlich sind definiert:

$$\begin{aligned} \text{curry } f &= f' \text{ where } f' \ x \ y = f \ (x, y) \\ \text{uncurry } g &= g' \text{ where } g' \ (x, y) = g \ x \ y \\ \text{id } x &= x \end{aligned}$$

Welchen Typ haben:

`curry id`
`uncurry id`
`curry(curry id)`
`uncurry (uncurry id)`
`uncurry curry`

c) Erläutern Sie, warum

`curry uncurry`
`curry curry`

keinen eindeutigen Typ besitzen.

Aufgabe 11.4 (5 Punkte)

Welche Variablen der folgenden λ -Ausdrücke sind frei? Wenn gebunden, an welches λ

- $((\lambda y. yxx)y \ x)$
- $((\lambda x. (\lambda x. (\lambda x. x)x)x)x)$
- $(\lambda x. (xy(\lambda y. ((xy)(\lambda x. wxyz))(\lambda z. wyz))))$
- $(\lambda x. y(\lambda y. x(\lambda x. xz(\lambda y. yx))))$