Fachbereich Mathematik und Informatik
Institut für Informatik
AG Datenbanken / Informationssysteme
Prof. Dr. H. Schweppe

Algorithmen und Programmierung I

WS 2004 / 2005

Übung 14 (Klausurvorbereitung, keine Punkte)

Ausgabe: Mo. 7.2.2004

Die Übung dient der Vorbereitung der Klausur. Sie wird nicht bewertet. Sie bereiten sich am Besten darauf vor, wenn Sie versuchen, die Aufgaben in einem Zeitrahmen von ca. 2 Stunden zu lösen, ohne dabei auf Material wie Folien, Skript, Bücher zurückzugreifen. Danach versuchen Sie mit Hilfe von Literatur die Aufgaben zu lösen, die Sie nicht geschafft haben bzw. um die Lösungen zu überprüfen.

Damit stellen Sie sich auf die Klausurbedingungen ein: es dürfen keine Unterlagen benutzt werden. Ferner können Sie damit Ihre Klausurstrategie trainieren: Es empfiehlt sich zum Beispiel, Aufgaben, für die man nach 5 Minuten noch keine Lösungsidee hat, erst mal links liegen zu lassen.

Die Aufgaben sind teilweise schwerer als die der Klausur. Auch der Umfang dieser Übung liegt über dem der Klausur.

Mit Unterlagen erscheint manche Aufgabe eventuell ganz leicht, weil z.B. die Definition in Büchern steht, in der VL oder Tutorium besprochen wurde oder beides. Denken Sie aber immer daran, dass Sie auf diese Hilfsmittel nicht zurückgreifen dürfen. Da könnte schon die Definition von binären Suchbäumen zur Hürde werden….

Ganz wichtig: wer in der Klausur mogelt, fällt auf der Stelle durch. Stellen wir im Zuge der Korrekturen fest, dass Klausurteilnehmer offensichtlich voneinander abgeschrieben haben, fallen beide durch.

Aufgabe 14.1

Prof. S. Tupid glaubt eine interessante Eigenschaft binärer Suchbäume entdeckt zu haben. Wenn x Blatt (genauer: Wert eines Blattes) ist und P= (w->x) der Wurzelpfad, kann man drei Mengen unterscheiden: L = Menge der Knotenwerte links vom Wurzelpfad, R = Knotenmenge rechts vom Wurzelpfad und die Werte P auf dem Wurzelpfad selbst. Die Behauptung lautet: für alle $x \in L$, $y \in P$, $z \in R$ gilt: $x \leq y \leq z$. Widerlegen Sie die Behauptung mit dem kleinstmöglichen Gegenbeispiel.

Aufgabe 14.2

Was versteht man unter:

Strikten Programmiersprachen?

Unifikation (im Gegensatz zu Musteranpassung)?

ß-Konversion (Funktionsanwendung) im λ-Kalkül? Geben Sie ein einfaches Beispiel an.

Warum lässt sich beim *asymmetrischen Verschlüsselungsverfahren* RSA der private Schlüssel nur mit extrem großem Aufwand ermitteln?

Welche Gründe gibt es für die Bedeutung von *abstrakten Datentypen* in der Softwareentwicklung?

Aufgabe 14.3
Zu entwickeln ist ein rekursives Haskell-Programm
`exchange:: Int -> Int -> Int` , das für einen gegebenen Geldbetrag berechnet, auf wie viele Arten dieser Betrag in einer bestimmten Währung ausgedrückt werden kann. Anzahl n und Wert *val i*, *i=l..n*, der Münzen bzw. Scheine sind bekannt. Als Beispiel dient der Euro mit *n*=15 verschiedenen Münz- bzw. Notenwerten:

val 1 = 1 -- 1 Cent	val 9 = 500 -- 5 Euro
val 2 = 2	val 10 = 1000
val 3 = 5	val 11 = 2000
val 4 = 10 -- 10 Cent	val 12 = 5000
val 5 = 20	val 13 = 10000 -- 100 Euro
val 6 = 50	val 14 = 20000
val 7 = 100 -- 1 Euro = 100 Cent	val 15 = 50000 -- 500 Euro = 50000 Cent
val 8 = 200	

`exchange b v` soll angeben, auf wie viele Arten der Betrag b mit Münzen / Scheinen bis zum Wert v darstellbar ist.

Aufgabe 14.4
Die natürlichen Zahlen sind im l-Kalkül definiert: **0** = λ f x. x, **1** = λ f x.f(x) , **2** = λ f x . f(f(x)) usw.
Die Multiplikationsfunktion ist: **M** = λ x y z . x (y z) .
Zeigen Sie, dass für alle natürlich Zahlen n gilt: **0 M n** = **n M 0**= **0**

Aufgabe 14.5
a) Gesucht ist eine Faltungsfunktion (Linksfaltung) für Bäume des Typs
```
data  Tree a  = Empty  | N (Tree a) (Tree a) a .
```

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Lösung zu a) den Durchschnittswert der Knotenwerte eines Baums vom Typ **`Tree Double`** . Der Baum soll nur einmal traversiert werden.

Aufgabe 14.6
Sortieren durch Einfügen ist definiert durch:
```
 sort = foldr insert []
  where insert [x] = x
        insert x [y:ys] = if x <= y then x:y:ys else y:insert x ys
```
Reduzieren Sie sort [3,4,2,1] applikativ (*eager)* und normal (verzögert, l*azy*).in Einzelschritten und geben Sie die Unterschiede an.

Aufgabe 14.7
Gesucht ist ein algebraischer Typ **`Laenge`**, mit dem Längen in Meter, Zoll und in feet ausgedrückt werden können. Die Addition von Größen mit unterschiedlicher Dimension soll möglich sein, etwa 5.B. 10 Zoll + 0,7 ft + 0,7 m. Der Wert hat immer die Dimension Meter.
1 ft = 0,3048 m , 1 Zoll = 2,54 cm .

Aufgabe 14.8
Leiten Sie jeweils den allgemeinsten Typ folgender Ausdrücke ab:

```
mult x y = x*y
divide x = x `div`2
sh x = x / 2.0
```

Aufgabe 14.9

Nach der Vorrunde der Fußball-WM 2006 kommt es vom Viertelfinale an zu folgenden Paarungen:

```
 1 Malta -------+
           +-- ? --+
 2 NKorea ------+      |
                   +-- ? -+
 3 China ----++        |      |
           +-- ? --+       |
 4 Kirgisien -+
                          +-----  Weltmeister
 5 Nicaragua ---+             |
          +-- ? --+        |
 6 Panama -------+    |       |
                   +-------+
 7 Mongolei --+       |
           +-- ? --+
 8 Island ----+
```

Für jede mögliche Paarung gibt es eine Wahrscheinlichkeit für den Sieger (Unentschieden entfallen im ko-System).

```
>  laender = ["M",  "NK",  "CH",  "K", "N",  "P",  "M",  "I"]
>  matrix =  [[0.0 , 0.55, 0.5,  0.5,  0.5,  0.6,  0.5,   0.4],
>             [0.45, 0.0,  0.6 , 0.4,  0.4,  0.6,  0.4,   0.4],
>             [0.5,  0.4,  0.0,  0.7,  0.5,  0.6,  0.5,   0.6],
>             [0.5,  0.6,  0.3,  0.0,  0.6,  0.6,  0.5,   0.6],
>             [0.5,  0.6,  0.5,  0.4,  0.0,  0.6,  0.5,   0.5],
>             [0.4,  0.4,  0.4,  0.4,  0.4,  0.0,  0.4,   0.45],
>             [0.5,  0.6,  0.5,  0.5,  0.5,  0.6,  0.0,   0.5],
>             [0.6,  0.6,  0.4,  0.4,  0.5,  0.55, 0.5,   0.0]]
```

Diese Angaben reichen zusammen mit dem Turniermodus aus, um für jede Mannschaft die Wahrscheinlichkeit auszurechnen, Weltmeister zu werden. Wenn etwa Malta zu 55 % gegen Nordkorea gewinnt, gegen China zu 50%, gegen Kirgisien zu 60% und Kirgisien gegen China zu 30 %, dann erreicht Malta das Finale mit Wahrscheinlichkeit
55 * (50*30 + 60*70) = 53,6% (normieren liefert echte Wahrscheinlichkeiten statt Prozentzahlen).

Ziel der Aufgabe ist eine Funktion, die als Wert eine Liste von Paaren liefert: Die erste Komponente ist jeweils ein Land, die zweite gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass das Land Weltmeister wird.
Hinweis: auf den Wert in der i-ten Zeile und j-ten Spalte der Matrix greift man mit **`matrix!!i!!j`** zu.
Mit der Lösung dieser Aufgabe stellen Sie Ihre Wetteinsätze beim Fußball auf eine wissenschaftliche Basis. Die Bestechung von Schiedsrichtern und Spielern wird damit entbehrlich.