Name: Matr.-Nr.:

Klausur

Mathematik für Informatiker I

07.12.2004

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
Punkte								

1. Man zeige, dass es zu jeder Formel F eine äquivalente Formel G gibt, die nur die Operatoren $\neg$ und $\rightarrow$ enthält (d.h. Negation und Implikation) . **10 Punkte**

2. Finden Sie die KNF von folgender Formel:

$$(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$$

Schreiben Sie die algebraischen Umformungen Schritt für Schritt. **10 Punkte**

3. Beweisen Sie mit Resolution, dass folgende Formel unerfüllbar ist:

$$F = (x \vee y \vee \neg z) \wedge (x \vee \neg y) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge \neg x$$

Schreiben Sie alle Schritte auf, die Sie verwenden. **10 Punkte**

4. Eine Folge ganzer Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sei definiert durch $x_1 = 1$ und $x_{k+1} = \frac{x_k}{x_k+2}$ für $k \geq 1$. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass

$$x_n = \frac{1}{2^n - 1}$$

für alle $n \geq 1$. **10 Punkte**

5. Beweisen Sie, dass die Distributivgesetze

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

und

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

gelten. **10 Punkte**

Rückseite!

6. Wir definieren die Subtraktion von natürlichen Zahlen. Für $x, y \in \mathbb{N}$, $x \leq y$
wenn es in $n \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $x + n = y$.
Wenn $x \leq y$, definieren wir die Operation $y - x$ folgendermaßen:

I.) $a - a = 0$
II.) $s(a) - b = s(a - b)$ für $\quad s(a) \geq b$
$\qquad s(a) \neq b$

Beweisen Sie:

1.) $a - 0 = a$
2.) $(a - b) + b = a \qquad$ für $a \geq b$.

Sie können die von uns in der Vorlesung bewiesenen Eigenschaften der Addition verwenden (Kommutativität, Assoziativität, Definition der Addition). **10 Punkte**

7. Sei $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x \neq 1\}$ und $f : A \rightarrow A$ definiert durch

$$f(x) = \frac{x}{x - 1}$$

Zeigen Sie, dass f bijektiv ist, und bestimmen Sie die inverse Funktion. **10 Punkte**