

Klausur

Mathematik für Informatiker I

15.02.2005

Vorname:

Nachname:

Matr.-Nr.:

Ich bin damit einverstanden, dass meine Klausurergebnisse unter meiner Matrikel-Nr. im Internet einsehbar sind.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| Punkte | | | | | | | | | | |

1. Finden Sie die Pränexform der Formel

$$\neg(\exists z \forall y (\neg P(x, g(y), z) \wedge \forall x Q(x)) \wedge \forall z \exists x \neg R(f(x, z), z))$$

10
Punkte

2. Finden Sie die Skolem- und KNF-Form der Formel:

$$\exists z \forall x \exists y \forall w ((\neg P(x, z) \wedge \neg Q(x, f(y))) \vee P(g(z, w), z))$$

10
Punkte

In einer Fabrik gibt es zwei Maschinen A und B, die 70% bzw. 30% der Produktion liefern. Maschine A produziert 4% defekte Teile (von ihrem Anteil) und Maschine B 5% defekte Teile (von ihrem Anteil).

10
Punkte

Ein Teil ist defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das defekte Teil von Maschine A produziert wurde?

4. Zeigen Sie, dass

$$\frac{\binom{n}{k} \binom{m}{m-k}}{\binom{r}{m}} = \frac{\binom{m}{k} \binom{n}{n-k}}{\binom{r}{n}}$$

für $r = m + n$, $k < m$, $k < n$.

10
Punkte

5. Zeigen Sie, dass

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

für $k < n$.

10
Punkte

6. In dieser Tabelle sind die Entfernungen (in Meilen) zwischen sechs Orten in Irland aufgeführt:

10
Punkte

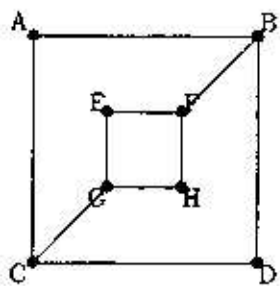
| | Athlone | Dublin | Galway | Limerick | Sligo | Wexford |
|----------|---------|--------|--------|----------|-------|---------|
| Athlone | | 78 | 56 | 73 | 71 | 114 |
| Dublin | 78 | - | 132 | 121 | 135 | 96 |
| Galway | 56 | 132 | - | 64 | 85 | 154 |
| Limerick | 73 | 121 | 64 | - | 144 | 116 |
| Sligo | 71 | 135 | 85 | 144 | - | 185 |
| Wexford | 114 | 96 | 154 | 116 | 185 | - |

Verwenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung zur Ermittlung eines minimalen Spannbaums, um ein Straßennetz minimaler Gesamtlänge zu finden, das alle sechs Orte verbindet.

Rückseite!

Beweisen Sie, dass folgender Graph kein Hamiltonscher Graph ist:

10
Punkte

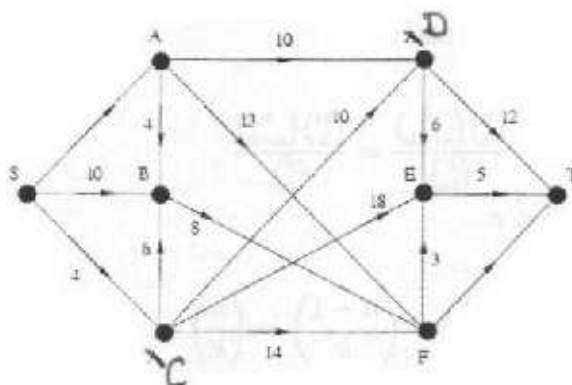


(Ein Hamiltonscher Graph enthält einen Hamiltonschen Zyklus.) Schreiben Sie alle Ihre Überlegungen auf.

In dem abgebildeten gerichteten Graphen will man von S starten und den Weg der maximalen Länge bis zu jedem Knoten A, B, C, D, E, F, T bestimmen. Wie würden Sie Dijkstras Algorithmus verwenden, um die maximale Länge von S zu allen Knoten zu bestimmen? (Hinweis: Es gibt keine Zyklen im Graph.) Schreiben Sie alle Schritte tabellarisch auf.

10
Punkte

| | | | | | | | | | |
|-----------|---|-----------|---|---|---|---|---|-----|-----|
| Schritt 1 | { | | S | A | B | C | D | ... | ... |
| | | Wert | | | | | | | |
| | | Vorgänger | | | | | | | |
| Schritt 2 | { | : | | | | | | | |



9. Gegeben sei das Pascal-Dreieck:

| | | | | | | | |
|---|---|----|----|---|---|--|--|
| | | | | 1 | | | |
| | | | 1 | 2 | 1 | | |
| | | 1 | 3 | 3 | 1 | | |
| | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | |

10
Zusatz-
punkte

Wie Sie wissen, stellen die Einträge jeder Zeile die Koeffizienten der Terme im Binomialsatz dar. Beweisen Sie, dass die Summe der Einträge je einer Zeile eine Potenz von 2 ist, und zwar für jede Zeile im Pascal-Dreieck (nicht nur die abgebildeten ersten fünf).