

Mathematik für Informatiker I

1. Übungsblatt

1. Man gebe eine vierelementige Formelmengemenge M an, so dass jede dreielementige Teilmenge von M erfüllbar ist, M selbst jedoch nicht (5 Punkte).
2. Man/Frau konstruiere Wahrheitstabellen für jede der folgenden Formeln (5 Punkte) :

$$(A \vee B) \rightarrow (\neg B \wedge C)$$

$$\neg(\neg(A \vee B) \wedge \neg C)$$

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow C$$

3. Man zeige, dass es zu jeder Formel F eine äquivalente Formel gibt, die nur die Operatoren \neg und \vee enthält.

Man zeige, dass es nicht zu jeder Formel F eine äquivalente Formel gibt, die nur den Operator XOR enthält.

Hinweis: Man darf annehmen, dass \wedge , \vee , und \neg eine logische Basis bilden.

(10 Punkte)

4. Bestimmen Sie, ob folgende Formeln Tautologien, erfüllbar oder unerfüllbar sind (10 Punkte) :

(1) $P \rightarrow P$

(2) $P \rightarrow \neg P$

(3) $\neg(P \rightarrow P)$

(4) $P \rightarrow Q$

(5) $(P \vee Q) \rightarrow P$

(6) $(P \wedge Q) \rightarrow P$

(7) $P \leftrightarrow \neg(P \vee Q)$

(8) $\neg((P \wedge Q) \leftrightarrow (P \vee Q))$

(9) $(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee R)$

(10) $(P \rightarrow (Q \wedge R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$

5. Zeigen Sie, mit algebraischen Umformungen, dass aus $(\neg P \vee Q) \vee R$ und $(Q \vee R) \rightarrow S$ folgt $P \rightarrow S$. Erläutern Sie die Schritte.

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass aus $(a \rightarrow b)$ und $(b \rightarrow c)$, $(a \rightarrow c)$ folgt (5 Punkte).