WS04/05
Prof. Dr. Raúl Rojas

Mathematik für Informatiker I

4. Übungsblatt

1. Ergänzen Sie folgende Aussagen so, dass sie wahr werden (mit Hilfe von $\subseteq$, $\supseteq$), oder welche können so nicht ergänzt werden? (6 Punkte)

   1.) $A \ldots A - B$
   2.) $A \ldots A \cap B$
   3.) $A^C \ldots B - A$
   4.) $A \ldots A \cup B$
   5.) $A^C \quad A - B$
   6.) $A \ldots B - A$

2. Zeigen Sie (4 Punkte)

$$A \subset B \rightarrow B^C \subset A^C$$

   und

$$A \subseteq B \rightarrow B^C \subseteq A^C$$

3. Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für drei nicht-leere Mengen A, B, C, so dass A, B und C folgende Eigenschaften haben (4 Punkte)

   1.) $A \subseteq B$, $C \subseteq B$, $A \cap C = \emptyset$
   2.) $A \subseteq B$, $C \not\subseteq B$, $A \cap C \neq \emptyset$
   3.) $A \subseteq C$, $A \neq C$, $B \cap C = \emptyset$
   4.) $A \subseteq (B \cap C)$, $B \subseteq C$, $C \neq B$, $A \neq C$

4. Man kann mit den Operationen $\cup, \cap$ und Komplement neue Mengen finden. Zeigen Sie, dass aus gegebenen Mengen, mit Hilfe des Operators S, definiert als

$$S(A, B) = (A \cap B)^C$$

   die selben Mengen wie mit Vereinigung, Schnitt und Komplement gebildet werden können (3 Punkte).

5. Beweisen Sie (4 Punkte)

$$A \subseteq B \rightarrow A \cup (B - A) = B$$

6. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge von einer Menge A mit n Elementen, 2^n Elemente enthält.
   Hinweis: Eine Untermenge von A kann mit einer Tabelle angegeben werden

	Element 1	El. 2	El. 3	...	El. n
	1	0	0		1

   Wir schreiben Nullen, wenn in den Untermengen ein Element nicht vorhanden ist, 1 wenn es in der Untermenge auftaucht (4 Punkte).

7. Unter der Annahme, dass es mindestens eine Menge gibt, beweisen Sie, dass die leere Menge existiert (5 Punkte).