WS 04/05
Prof. Dr. Raúl Rojas

Mathematatik für Informatiker I

8. Übungsblatt

1. Ermitteln Sie die Zahlenwerte der folgenden Größen mit $P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ und $C(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
   (a) $P(8,3)$, $P(9,2)$, $P(7,3)$, $P(n,1)$, $P(n,n-1)$
   (b) $C(10,7)$, $C(9,2)$, $C(n,1)$, $C(n,n-2)$
   (c) Zeigen Sie, dass $C(n,k) = C(n,n-k)$ 6 Punkte

2. (a) Auf wie viele Arten können der erste, der zweite und der dritte Preis in einem Floristikwettbewerb an 17 Teilnehmer vergeben werden?
   (b) Ein Ausschuss von 20 Personen wählt einen Vorsitzenden und einen stellvertretenden Vorsitzenden. Wie viele Möglichkeiten bestehen bei dieser Wahl? 6 Punkte

3. (a) Eine Gruppe von Hockeyspielern umfasst 18 Personen; eine Mannschaft besteht aus elf Spielern. Wie viele verschiedene Mannschaften lassen sich zusammenstellen?
   (b) Aus einer Liste von acht Frauen und elf Männern ist eine Jury zu wählen, die sich aus fünf Frauen und sieben Männern zusammensetzt. Wie viele verschiedene Jurys sind möglich?
   (c) Eine Mannschaft von vier Golfspielern ist aus fünf professionellen Spielern und fünf Amateuren zu wählen. Wie viele Mannschaften bestehen aus drei professionellen Spielern und einem Amateur? Wie viele Mannschaften bestehen nur aus professionellen Spielern oder nur aus Amateuren? 6 Punkte

4. Die achte Zeile des Pascalschen Dreiecks lautet 1 7 21 35 35 21 7 1.
   (a) Erzeugen Sie die neunte und die zehnte Zeile.
   (b) Zeigen Sie: Wenn a, b und c aufeinander folgende Einträge der achten Zeile sind, so ist $a + 2b + c$ ein Eintrag der zehnten Zeile.
   (c) Beweisen Sie unter Verwendung der Pascalschen Formel, dass

$$C(n,k) + 2C(n,k+1) + C(n,k+2) = C(n+2,k+2) \text{ für } 0 \le k \le n-2$$

   (Damit ist bewiesen, dass (b) sich auf das gesamte Pascalsche Dreieck verallgemeinern lässt.) 6 Punkte

5. Beweisen Sie, dass

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_r)^n = \sum_{n_1, n_2, \ldots, n_r} \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_r!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \ldots x_r^{n_r}$$

   wobei die Summe über alle unterschiedlichen Kombinationen von $n_1, n_2, \ldots, n_r$ läuft, so dass $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$ ist. 6 Punkte