

# Der Hoare-Kalkül- Übungsaufgaben

30. Mai 2005

## 1 Korrektheitsbegriffe

### 1.1 Partielle Korrektheit

Definition: Ein Programm ist partiell korrekt bzgl. einer Spezifikation mit Vorbedingung P und Nachbedingung Q gdw. das Programm für jeden Ausgangszustand, in dem P gilt, falls es terminiert, einen Endzustand erzeugt, in dem P gilt.

### 1.2 Totale Korrektheit

Definition: Ein Programm ist total korrekt bzgl. einer Spezifikation mit Vorbedingung P und Nachbedingung Q gdw. es für jeden Ausgangszustand, in dem P gilt, terminiert und einen Endzustand erzeugt, in dem Q gilt.

### 1.3 Terminierungsbeweise

Der Nachweis der totalen Korrektheit eines Programms erfordert den Nachweis seiner Terminierung. Relevant sind hierbei Wiederholungsanweisungen. Die Schlußregel für den Beweis der totalen Korrektheit:

$$\begin{aligned} (0) & P \rightarrow Inv \\ (1) & (T \leq 0 \wedge Inv) \rightarrow \neg B \\ (2) & \{T = i + 1 \wedge B \wedge Inv\} S \{T \leq i \wedge Inv\}, \end{aligned}$$

wobei  $i$  ein Identifikator für eine natürliche Zahl ist, der weder in  $T$  noch in der Wiederholungsanweisung vorkommt,  $Inv$  eine Invariante und  $T$  ein ganzzahliger Ausdruck, die sogenannte Terminierungsfunktion.

## 2 Aufgaben

### 2.1 Ganzzahlige Division

*Eingabe* :  $x, y$

$P\{x \geq 0 \wedge y > 0\}$

```
 $r = x;$   
 $q = 0;$   
 $while(r \geq y)\{$   
     $r = r - y;$   
     $q = q + 1;$   
 $\}$ 
```

$Q\{x \setminus y = q\}$

### 2.2 Fakultät

*Eingabe* :  $n$

$P\{n \geq 0\}$

```
 $i = n;$   
 $res = 1;$   
 $while(i \geq 1)\{$   
     $res = res \cdot i;$   
     $i = i - 1;$   
 $\}$ 
```

$Q\{res = n!\}$