Die fettgeschriebenen Klauseln waren herzuleiten, alle anderen ergeben sich aus dem while-Schleifen-Axiom

1 Ganzzahlige Division

Eingabe: x, y

$P\{x \geq 0 \land y > 0\}$
$\Rightarrow \mathbf{I_1 = I_2[^r/_x]\{0 \leq x \land (x/y) = (x/y)\}}$ [1]

r = x;

$\mathbf{I_2 = I[^q/_0]\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y)\}}$

q = 0;

$I\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q\}$

while (r ≥ y) {

$I \land B\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q \land r \geq y\}$
$\Rightarrow \mathbf{I_3 = I_4[^r/_{r-y}]\{0 \leq r - y \land (x/y) = (r - y/y) + q + 1\}}$ [2]

r = r - y;

$\mathbf{I_4 = I[^q/_{q+1}]\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q + 1\}}$

q = q + 1;

$I\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q\}$

}

$I \land \neg B\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q \land r < y\}$
$Q\{x/y = q\}$

Invariante: $\mathbf{I\{0 \leq r \land (x/y) = (r/y) + q\}}$

[1] $\forall \alpha : (\alpha \land \beta) \rightarrow \alpha$
[2] gilt, da $r/y = (r - y)/y + 1$ fuer ganzzahlige Division /

2 Fakultät

Eingabe: n

$P\{n \geq 0\}$
$\Rightarrow \mathbf{I_1 = I_2[^i/_n]\{n! \cdot 1 = n! \wedge n \geq 0\}}$

i = n;

$\mathbf{I_2 = I[^{res}/_1]\{i! \cdot 1 = n! \wedge i \geq 0\}}$

res = 1;

$I\{i! \cdot res = n! \wedge i \geq 0\}$

while (i≥1) {

$I\{i! \cdot res = n! \wedge i \geq 0\}$
$\Rightarrow \mathbf{I_3 = I_4[^{res}/_{res \cdot i}]\{(i-1)! \cdot res \cdot i = n! \wedge i - 1 \geq 0\}}$

res = res · i;

$\mathbf{I_4 = I[^i/_{i-1}]\{(i-1)! \cdot res = n! \wedge i - 1 \geq 0\}}$

i = i - 1;

$I\{i! \cdot res = n! \wedge i \geq 0\}$

}

$I \wedge \neg B\{i! \cdot res = n! \wedge i \geq 0 \wedge i < 1\}$
$\Rightarrow Q\{res = n!\}$

Invariante: $\mathbf{I\{i! \cdot res = n! \wedge i \geq 0\}}$ [3]

[3] es geht auch ohne $i \geq 0$, so ist der Beweis aber sauberer