

**Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2005 — 0. Übungsblatt**  
(freiwillige Vorübungen)

---

1. (0 Punkte) Die Programmiersprache SCHLEIFE hat die folgenden einfachen Regeln:

- Es gibt einen unendlichen Vorrat an Variablen  $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ , die beliebige natürliche Zahlen ( $\geq 0$ ) speichern können.
- Es gibt die einfachen Anweisungen  $X_i = 0$  (Initialisierung),  $X_i = X_j$  (Kopieren),  $X_i = X_i + 1$  (Hinaufzählen) und  $X_i = X_i - 1$  (Herunterzählen). (Bei der letzten Anweisung wird  $X_i$  unverändert gelassen, wenn es vorher den Wert 0 hatte, weil die Variablen keine negativen Werte enthalten können.)
- Außerdem gibt es eine *Schleifenanweisung*:

```
WIEDERHOLE  $X_i$  MAL  
  Anweisungsfolge  
SCHLEIFENENDE
```

Wenn die Variable  $X_i$  zu Beginn der Ausführung den Wert  $n$  hat, wird die Schleife  $n$ -mal wiederholt, auch wenn  $X_i$  zwischendurch geändert wird. Schleifen können auch geschachtelt sein.

Es gibt keine Ein- und Ausgabeanweisungen. Die Eingabeparameter eines Programms stehen zu Beginn in den ersten Variablen  $X_0, X_1, \dots$ . Alle übrigen Variablen sind zu Beginn auf 0 gesetzt. Das Ergebnis des Programms ist der Wert, der am Ende in  $X_0$  steht.

Das folgende Programm berechnet zum Beispiel die Summe von zwei Zahlen  $X_0$  und  $X_1$ :

```
WIEDERHOLE  $X_1$  MAL  
   $X_0 = X_0 + 1$   
SCHLEIFENENDE
```

- (a) Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung des Produktes von  $X_0$  und  $X_1$ .
- (b) Schreiben Sie ein Programm, dass den Rest der Division von  $X_1$  durch  $X_0$  berechnet. (Wenn  $X_0 = 0$  ist soll das Ergebnis  $X_1$  sein.)
- (c) Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung von  $2^{X_0}$ .
- (d) Schreiben Sie ein Programm, dass mit allen Variablen auf Null beginnt, aus höchstens  $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7$  Anweisungen besteht, und am Ende einen möglichst großen Wert in  $X_0$  hat. (Dabei gilt ein WIEDERHOLE-SCHLEIFENENDE-Paar als eine einzige Anweisung.)
- (e) Die Programmiersprache SCHLEIFE++ hat zusätzlich bedingte Anweisungen:

```
IF  $X_i > X_j$  THEN  
  Anweisungsfolge  
ENDIF
```

Wie kann man ein solches Programm durch Eliminieren der bedingten Anweisungen in ein SCHLEIFE-Programm übersetzen?

2. (0 Punkte) Sei  $\Sigma$  ein Alphabet mit  $k$  Elementen und  $n \in \mathbb{N}$ .  $\Sigma^*$  ist die Menge der Wörter (Folgen), die man aus den Buchstaben von  $\Sigma$  bilden kann.

- (a) Wieviele Wörter in  $\Sigma^*$  haben die Länge  $n$ ?

- (b) Wieviele Palindrome in  $\Sigma^*$  haben die Länge  $n$ ? (Ein Palindrom ist ein Wort, das von vorne und von hinten gelesen gleich ist.)

3. (0 Punkte) Durch wiederholte Anwendung des *Homomorphismus*

$$0 \rightarrow 01, 1 \rightarrow 0$$

auf das Ausgangswort 0 erhält man die Folge der Wörter

$$w_0 = 0, w_1 = 01, w_2 = 010, w_3 = 01001, w_4 = 01001010, w_5 = 0100101001001, \dots$$

- (a) Beschreiben Sie, was ein Homomorphismus ist, und was die Anwendung eines Homomorphismus auf ein Wort (über einem gegebenen Alphabet) bedeutet. (Lassen Sie sich dabei von diesem Beispiel und dem Beispiel in der nächsten Aufgabe leiten, anstatt gleich im Lehrbuch nachzuschlagen.)
- (b) Welche Länge hat das Wort  $w_n$ ?
- (c) Jedes Wort ist ein Anfangsstück (*Präfix*) des darauffolgenden Wortes, sodass die Folge gegen ein unendliches Wort  $w_\infty$  "konvergiert". Wieviele verschiedene Teilwörter (zusammenhängende Teilfolgen) der Längen  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  enthält  $w_\infty$ ?
- (d) (\*) Gegen welchen Wert konvergiert der Anteil der Einsen in  $w_n$ ?
4. (0 Punkte) Durch wiederholte Anwendung des Homomorphismus

$$0 \rightarrow 100, 1 \rightarrow 001$$

auf das Ausgangswort 0 erhält man die Folge der Wörter

$$w_0 = 0, w_1 = 100, w_2 = 001100100, w_3 = 100001001001100100001100100, \dots$$

- (a) Welche Länge hat das  $n$ -te Wort?
- (b) Gegen welchen Wert konvergiert der Anteil der Einsen?
- (c) Die Wörter, die mit 0 beginnen, konvergieren gegen ein unendliches Wort. Wieviele verschiedene Teilwörter der Längen  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  enthält dieses Wort?
- (d) Im Gegensatz zur vorigen Aufgabe ist hier nicht jedes Wort eine Verlängerung des vorhergehenden Wortes. An welcher Eigenschaft des Homomorphismus mag das liegen?

---

Kriterien zur Erlangung eines Scheines:

1. In jeder Vorlesungswoche muss eine Übungsaufgabe gelöst und abgegeben werden. Insgesamt müssen 60 % der Gesamtpunktezahl der Übungen erreicht werden. Die Übungsaufgaben können in Zweiergruppen (oder einzeln) abgegeben werden.
2. Von jeweils zwei aufeinanderfolgenden Übungszetteln müssen mindestens je 30 % der Punkte erreicht werden. (Eine einmalige Ausnahme wird toleriert.)
3. Aktive Teilnahme an den wöchentlichen Tutorien und einmaliges Vorrechnen eines Übungsbeispiels pro Person, nach vorheriger Einteilung in einer Liste. Da die Aufgaben gemäß Punkt 1 dazu nicht ausreichen, gibt es auf den Übungsbättern zusätzliche Aufgaben für diesen Zweck (und auch einfach zum Üben).
4. 50 % der Punkte bei der Zwischenklausur und 50 % der Punkte bei der Abschlussklausur (oder bei der entsprechenden Nachklausur).

Der Schein wird benotet. Die Note ergibt sich aus den Klausuren.