Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2005 — 2. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 2. Mai 2005, 10:15 Uhr

---

11. Kommutierende Wörter: Wieviele Paare von Wörter $a \in \Sigma^3$ und $b \in \Sigma^2$ mit der Eigenschaft $ab = ba$ gibt es? Wieviele Paare von Wörter $a \in \Sigma^6$ und $b \in \Sigma^9$ mit der Eigenschaft $ab = ba$ gibt es? Wie ist es allgemein für $a \in \Sigma^m$ und $b \in \Sigma^n$? Wodurch kann man solche Wortpaare charakterisieren?

12. Eine *Kongruenzrelation* $\sim$ auf einer Menge Σ^* von Wörtern ist eine Äquivalenzrelation mit folgender zusätzlicher Eigenschaft:

$$a \sim b \wedge c \sim d \implies ac \sim bd.$$

    Welche der folgenden Relationen sind Kongruenzrelationen? Die Beziehung $a \sim b$ soll genau dann gelten, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

    (a) a und b haben die gleiche Anzahl von Nullen und die gleiche Anzahl von Einsen.
    (b) $a = b = \varepsilon$ oder $a \neq \varepsilon \neq b$ und a und b haben denselben Anfangsbuchstaben.
    (c) $a = \varepsilon$ oder $b = \varepsilon$ oder $a \neq \varepsilon \neq b$ und a und b haben denselben Anfangsbuchstaben.
    (d) das Teilwort 100 kommt in a und b gleich häufig vor.

13. Schreiben Sie ein Programm in Haskell (oder Java), das für einen endlichen Automaten (in einer geeigneten Darstellung) und ein gegebenes Wort entscheidet, ob es vom Automaten akzeptiert wird.

14. (a) (5 Punkte) Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der die durch 5 teilbaren Binärzahlen akzeptiert. Das höchstwertige Bit wird dabei zuerst eingelesen.
    (b) (5 Punkte) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten, der genau jene Wörter über dem Alphabet $\{a, b, c, d\}$ akzeptiert, die das Teilwort *abacabadabaca* enthalten.
    (c) (0 Punkte) Konstruieren Sie einen endlichen Automaten, der die Wörter akzeptiert, die das Teilwort *abacabadabaca nicht* enthalten.

    Erläutern Sie Ihre Konstruktionen mit einigen Sätzen. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm.

15. Konstruieren Sie einen äquivalenten deterministischen Automaten für den nichtdeterministischen endlichen Automaten mit $\Sigma = \{a, b, c\}$, $Q = \{0, 1\}$, $Q_0 = \{a\}$, $F = \{a\}$ und

$$\delta = \{(a, 0, a), (a, 0, b), (b, 1, b), (b, 1, c), (c, 0, c), (c, 0, a)\}.$$

16. (Zusatzaufgabe, 0 Punkte) Beweisen Sie, dass die von einem DEA akzeptierten Sprachen (die regulären Sprachen) unter Präfixbildung abgeschlossen sind: Wenn L eine solche Sprache ist, dann gibt es auch einen DEA, der

$$L' = \{\, x \mid \text{es gibt ein } y \text{ mit } xy \in L \,\}$$

    akzeptiert.

17. Konstruieren Sie einen endlichen Automaten *ohne* ε-Übergänge für die Sprache

$$(a + ba)^+(b + ab)^* + (bb)^*a^+(bb)^*.$$

18. Für einen Zustand $q \in Q$ des DEA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ sei die Sprache $L_q(M)$ so definiert:

$$L_q(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \delta(q_0, w) = q \}$$

Beweisen Sie: Wenn $w_1, w_2 \in L_q(M)$ sind, dann gilt für alle $x \in \Sigma^*$:

$$w_1 x \in L(M) \iff w_2 x \in L(M)$$