

# Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2005 — 8. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 20. Juni 2005, 10:15 Uhr

---

59. (a) (10 Punkte) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für arithmetische Ausdrücke über dem Alphabet  $\{+, *, (, ), Z\}$  an. Dabei sollen nur Ausdrücke *ohne überflüssige Klammern* erzeugt werden, d. h., solche Ausdrücke, die nach den üblichen mathematischen Vorrangregeln einen anderen Wert bekommen, wenn man Klammern weglässt. Zum Beispiel sind die Klammern in  $Z * (Z + Z)$  notwendig, weil man den Ausdruck ohne Klammern  $Z * Z + Z$  als  $(Z * Z) + Z$  lesen würden. Aus diesem Grund sind auch die Klammern im Ausdruck  $(Z * Z) + Z$  überflüssig (redundant).

(b) (0 Punkte)

Lösen Sie die Aufgabe mit dem erweiterten Alphabet  $\{+, -, *, \div, (, ), Z\}$ .

60. Die Grammatik

$$\begin{aligned} S &\rightarrow T \mid T + T \mid T - T \\ T &\rightarrow F \mid F * F \mid F \div F \\ F &\rightarrow V \mid (S) \\ V &\rightarrow Z \mid ZV \\ Z &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{aligned}$$

für arithmetische Ausdrücke mit konstanten ganzzahligen Operanden ist mehrdeutig, weil zum Beispiel für den Ausdruck  $3 - 4 + 5$  aus der Grammatik nicht hervorgeht, ob  $4 + 5$  oder  $3 - 4$  zuerst berechnet werden soll. Die Mehrdeutigkeit wird durch die gängige Regel aufgelöst, dass Operatoren gleicher Stufe von links nach rechts ausgewertet werden.

Schreiben Sie eine äquivalente eindeutige Grammatik, die diese Regel widerspiegelt.

61. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache der Wörter über  $\{0, 1\}$ , die *kein* Palindrom sind:

$$L = \{w \mid w \neq w^R\}$$

62. (a) Beweisen Sie, dass die Grammatik  $G$  mit den Regeln  $S \rightarrow aS \mid SS \mid aSbS \mid \varepsilon$  genau die Wörter über  $\{a, b\}$  erzeugt, in denen jeder Präfix mindestens so viele  $a$ 's wie  $b$ 's enthält.

(b) Schreiben Sie ein entsprechendes Gleichungssystem für die vom der Grammatik akzeptierte Sprache  $L_G$  auf.

(c)  $L_G = \{a, b\}^*$  ist eine Lösung dieses Gleichungssystems. Finden Sie eine Lösung, die von  $L(G)$  und  $\{a, b\}^*$  verschieden ist.

(d) Schreiben Sie eine Grammatik ohne  $\varepsilon$ -Regeln für die Sprache  $L(G) - \{\varepsilon\}$ .

63. Wandeln Sie die folgende Grammatik in Chomsky-Normalform um. Prüfen Sie dann mit dem CYK-Algorithmus nach, dass das Wort  $a + a * a * a$  von dieser Grammatik erzeugt wird, und geben Sie einen Syntaxbaum *und* eine Linksableitung (für die umgewandelte Grammatik) an.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S * A \mid A - A \\ A &\rightarrow A * A \mid a \end{aligned}$$