

72. (a) Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält gleich viele } a\text{'s wie } b\text{'s} \}$$

deterministisch kontextfrei ist.

- (b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache  $L_1$  an.  
 (c) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache

$$L_2 = \{ w \mid w \text{ enthält doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s} \}$$

über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  an.

- (d) Lösen Sie dieselbe Aufgabe über dem Alphabet  $\{a, b, c\}$ .

73. (a) Schreiben Sie eine kontextfreie Grammatik für die durch den regulären Ausdruck

$$(((0 + (1)^*)) \cdot ((0 + (0 \cdot 1)) + \varepsilon))$$

definierte Sprache.

- (b) Wie kann man allgemein für einen regulären Ausdruck eine entsprechende kontextfreie Grammatik erzeugen?

74. (a) (6 Punkte) Wie kann man entscheiden, ob eine kontextfreie Grammatik eine endliche Sprache erzeugt?

- (b) (4 Punkte) Kann man für eine gegebene kontextfreie Grammatik  $G$  und eine durch einen endlichen Automaten gegebene reguläre Sprache  $L_1$  entscheiden, ob  $L(G) = L_1$  ist?

- (c) (0 Punkte) Wie kann man für eine gegebene kontextfreie Grammatik  $G$  und eine durch einen endlichen Automaten gegebene reguläre Sprache  $L_1$  entscheiden, ob  $L(G) \subseteq L_1$  ist? (Hier müssen Sie mehrere bekannte Ergebnisse kombinieren.)

75. Das Post'sche Korrespondenzproblem und kontextfreie Sprachen.

- (a) Für gegebene  $x_1, \dots, x_k \in \Sigma^*$  ist die Sprache  $\{ a_{i_n} a_{i_{n-1}} \dots a_{i_1} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} \mid n \geq 1, 1 \leq i_j \leq k \}$  kontextfrei, wobei  $a_1, a_2, \dots, a_k$  neue Buchstaben sind, die nicht zu  $\Sigma$  gehören. (Versuchen Sie, mit möglichst wenigen Regeln auszukommen.)

- (b) Zu jedem Post'schen Korrespondenzproblem kann man zwei kontextfreie Grammatiken  $G_1$  und  $G_2$  konstruieren, sodass das Post'schen Korrespondenzproblem genau dann eine Lösung hat, wenn  $L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset$ .

Was folgt daraus für das entsprechende Entscheidungsproblem für kontextfreie Grammatiken?

76. Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort  $w = cdccd$  von der folgenden Grammatik erzeugt wird, und geben Sie gegebenenfalls eine Ableitung für  $w$  an.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid CD \mid AS \quad B \rightarrow SB \mid d \quad D \rightarrow CD \mid d \\ A \rightarrow AS \mid DC \quad C \rightarrow CA \mid c \end{array}$$

77. Zeigen Sie, dass die Chomsky-Hierarchie echt ist: Geben Sie eine Typ-0-Sprache an, die keine Typ-1-Sprache ist. Geben Sie eine Typ-1-Sprache an, die keine Typ-2-Sprache ist. Geben Sie eine Typ-2-Sprache an, die keine Typ-3-Sprache ist. (Und geben Sie eine Sprache an, die keine Typ-0-Sprache ist.)

78. Beschreiben Sie, wie man zu einem regulären Ausdruck einen regulären Ausdruck für die komplementäre Sprache findet.