2. Übung Mathematik für Informatiker II SS 05

Klaus Kriegel / Tobias Lenz **Abgabe: 29.4.2005**

Aufgabe 1 Gruppen und Ringe

a) Zeigen Sie durch Anwendung der Gruppenaxiome, dass für zwei beliebige Elemente a, b einer Gruppe $(G, *)$ das zu $a * b$ inverse Element die Form $\overline{b} * \overline{a}$ hat.

b) Für einen Ring $(R, \oplus, \odot)$ sei 0 das neutrale Element der Operation $\oplus$. Zeigen Sie durch Anwendung der Ringaxiome, dass dann für ein beliebiges Ringelement a die Gleichung $0 \odot a = 0$ gilt.
Achtung: Beide Teilaufgaben haben einen einfachen, aus wenigen Schritten bestehenden Lösungsweg. Beachten Sie aber, dass eine Lösung nur dann als vollständig anerkannt wird, wenn sie ausreichend kommentiert ist, wenn also insbesondere in jedem Ableitungsschritt auf das verwendete Axiom verwiesen wird.

Aufgabe 2 Supremum

Seien A und B zwei von oben beschränkte Mengen von reellen Zahlen mit den Suprema $s = sup(A)$ und $t = sup(B)$. Wir bilden die Menge aller Summen $C = A + B := \{a + b \mid a \in A \text{ und } b \in B\}$. Zeigen Sie, dass dann die Zahl $s + t$ das Supremum von C ist.

Aufgabe 3 Lösung von Gleichungen

Zur Lösung einer (Un-)Gleichung mit einer Unbekannten x müssen **alle** reellen Werte von x bestimmt werden, für welche die (Un-)Gleichung erfüllt ist.
Lösen Sie die folgenden Gleichungen!

a) $(x+2)^3(x^2+x-2)(x^2-1) = 0$

b) $(x^2-1)(x+1) = x^2+x-1$

c) $2^x + 2^{-x} = 1$

d) $3\sin^2 x + \cos^2 x = 2$