Mathematik für Informatiker II

Klaus Kriegel, Tobias Lenz

Abgabe 27.5.2005, spätestens 12:00 Uhr

Aufgabe 1 Newton-Interpolation

Konstruieren Sie ein Polynom $p(x)$ von Grad kleiner oder gleich vier mit folgenden Werten.

x	-2	-1	0	1	2
p(x)	1	-5	-1	1	13

Verwenden Sie das Newton-Verfahren.

Aufgabe 2 Lagrange-Interpolation

Das Polynom

$$p(x) = x^5 - 10x^4 + 35x^3 - 50x^2 + 24x$$

hat die Nullstellen 0,1,2,3,4. Der Wert an der Stelle -1 ist -120. Bestimmen Sie ein Polynom $q(x)$, das an den Stellen $-1, 0, 1, 2, 3$ die gleichen Werte wie $p(x)$ hat und zusätzlich soll $q(4) = 120$ gelten. Finden Sie eine Lösung, bei der Sie nur ein Hilfspolynom aus dem Lagrange-Ansatz berechnen müssen.

Aufgabe 3 Teilfolgen

Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine nicht-beschränkte Folge von positiven reellen Zahlen. Zeigen Sie, dass dann die Folge $(\frac{1}{a_n})_{n\in\mathbb{N}}$ eine Teilfolge besitzt, die eine Nullfolge ist.

Aufgabe 4 Folgen - Beispiele

Geben Sie für die folgenden Situationen Beispiele (mit Begründungen!) an oder begründen Sie, warum eine solche Situation nicht auftreten kann:

a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist eine divergente Folge von Zahlen, so dass die Folge $(a_{n+1} - a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist eine konvergente Folge von Zahlen, so dass die Folge $(a_{n+1} - a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergiert.

c) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind unbeschränkte Folgen und die Folge $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist eine Nullfolge.