

Mathematik für Informatiker II

Klaus Kriegel, Tobias Lenz

Abgabe 10.6.2005, spätestens 12:00 Uhr**Termin für die erste Klausur: 2. Juni, 10-12 Uhr**

Die ersten drei Übungsaufgaben dienen der Klausurvorbereitung und werden in den Tutorien vor der Klausur besprochen. Aufgaben 4 und 5 sind abzugeben (Abgabetermin erst in der Woche nach der Klausur).

Aufgabe 1 Folgen

Gegeben sind zwei Folgen durch eine explizite und eine rekursive Definition:

$$a_n = 3^n + (-2)^n \quad \text{und} \quad b_0 = 2, b_1 = 1, b_{n+2} = b_{n+1} + 6b_n.$$

- Zeigen Sie, dass $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ die gleichen Folgen sind.
- Prüfen Sie, ob die Folge monoton oder monoton ab einem bestimmten Anfangsindex ist.
- Untersuchen Sie die Folge auf Konvergenz oder bestimmte Divergenz.

Aufgabe 2 Grenzwerte I

Zeigen Sie Folgendes mit Vergleichskriterium, Grenzwertregeln und Grenzwerten aus der Vorlesung.

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4n^2 + 2} = 1$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 0$

Aufgabe 3 Grenzwerte II

Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen.

(a) $a_n = \sqrt{\frac{12n^2 + 5n}{(3n+4)(n-6)}}$

(b) $b_n = \frac{n^2 + 4n + 3}{n} - \frac{n^2 - 2n + 6}{n-1}$

(c) $c_n = \sqrt[n]{n \cdot 2^{n+4}}$

(d) $d_n = n \left(\sqrt{3} - \sqrt{3 - \frac{1}{n}} \right)$

Aufgaben 4 und 5 auf der nächsten Seite

Aufgabe 4 Grenzwerte III

Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen.

(6 Punkte)

$$(a) a_n = \frac{\sum_{k=1}^n 2k}{n^2 + 4}$$

$$(b) b_n = \sqrt[2n]{n^3 \cdot 12^{n-3}}$$

$$(c) c_n = \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}}$$

Aufgabe 5 Grenzwerte mit e

Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen.

(6 Punkte)

$$(a) a_n = \left(1 + \frac{1}{2n-1}\right)^{4n+3}$$

$$(b) b_n = \left(\frac{n^2 + n - 6}{n^2 + 5}\right)^{3n}$$

$$(c) c_n = \left(\frac{n^3 - 2n^2}{n^3 - 1}\right)^{n+5}$$