

Mathematik für Informatiker II

Klaus Kriegel, Tobias Lenz

Abgabe 1.7.2005, spätestens 12:00 Uhr

Aufgabe 1 Extremwerte

4 Punkte

Zwei Autos A_1 und A_2 fahren auf zwei Straßen, die sich im Winkel von $\pi/6$ (also 30°) kreuzen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ passiert das Auto A_1 gerade die Kreuzung, das Auto A_2 hat die Kreuzung bereits passiert und befindet sich 600 m weiter. Auto A_2 fährt mit konstanter Geschwindigkeit von $v_2 = 20\text{ m/s}$, während sich A_1 fast doppelt so schnell, nämlich mit $v_1 = 20\sqrt{3}\text{ m/s}$, auf der anderen Straße bewegt.

Zu welchem Zeitpunkt ist die Entfernung zwischen beiden Fahrzeugen minimal?

Hinweis: Betrachten Sie die Kreuzung als Ursprung des Koordinatensystems, die Straße von A_2 als x -Achse und beschreiben Sie dann die Positionen $P_1(t)$ bzw. $P_2(t)$ von A_1 bzw. A_2 zu einer Zeit t durch die Koordinaten. Die Entfernung zwischen zwei Punkten (a, b) und (c, d) ist $\sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$.

Die $\sqrt{3}$ in v_2 sollte nicht stören, sondern das Rechnen eher vereinfachen!

Aufgabe 2 Grenzwerte

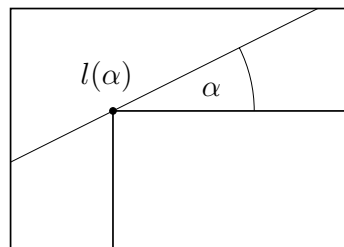
2+2+2 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - 1}{(x^2 + 1)^4 - 1}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x^3}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2} - e^{x^3}}{x^2 - 1}$

Aufgabe 3 Winkelfunktionen

1+3 Punkte



- (a) Ein Gang von 1 m Breite biegt rechtwinklig ab. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ die Länge $l(\alpha)$ der Strecke, die man auf den Boden des Ganges zeichnen kann, so dass sie die innere Ecke berührt und mit einer Innenwand den Winkel α bildet.
- (b) Welche maximale Länge darf ein Baumstamm haben, der auf einem rechtwinklig abbiegenden Kanal von 10 m Breite um die Ecke bewegt werden kann? Der Durchmesser des Stammes kann vernachlässigt werden.