

Entwurf und Analyse von Algorithmen, WS 2005/06

Abschlussklausur, Freitag, 10. Februar 2006

Anleitung: Sie haben 90 Minuten Zeit. Es sind *drei* von den vier Aufgaben zu bearbeiten. Streichen Sie *eine* Aufgabe deutlich auf dem Angabeblatt. Diese Aufgabe wird nicht in die Bewertung einbezogen.

Sie können alle Aussagen, die in der Vorlesung oder auf den Übungsblättern vorgekommen sind, verwenden, ohne die Beweise abzuschreiben.

Kriterium für positive Bewertung: mindestens 50%, das sind 15 Punkte.

1. (10 Punkte) Geben Sie eine polynomielle Reduktion von TEILMENGENSUMME (subset sum) auf GANZZAHLIGE LINEARE PROGRAMMIERUNG an.

Zeigen Sie im einzelnen, dass alle Bedingungen einer polynomiellen Reduktion erfüllt sind.

2. (10 Punkte) In einer Zahlenfolge (a_1, \dots, a_n) soll die längste Teilfolge bestimmt werden, die eine Zickzackfolge ist: Eine Zickzackfolge ist eine Folge, die abwechselnd absteigend und aufsteigend ist. Das heißt, jedes Element an gerader Stelle ist größer als das vorhergehende und jedes Element an ungerader Stelle ist kleiner als das vorhergehende, oder umgekehrt. Eine Zickzackfolge darf keine zwei aufeinanderfolgenden Elemente enthalten. Zum Beispiel sind $(2, 6, 2, 6, 0)$ und $(5, 2, 3, 1, 8, 5)$ Zickzackfolgen, die als Teilfolgen in $(5, 4, 2, 6, 2, 6, 3, 1, 0, 1, 8, 5)$ enthalten sind.

Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus zur Bestimmen einer längsten Teilfolge, die eine Zickzackfolge ist. Schätzen Sie die Laufzeit und den Speicherbedarf Ihres Algorithmus ab.

3. (10 Punkte) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Bellman-Ford den kürzesten Weg vom ersten Knoten zu allen anderen Knoten im Graphen, der durch folgende Kostenmatrix gegeben ist. (Geben Sie auch alle Zwischenergebnisse im Algorithmus an.) Enthält der Graph Kreise negativer Länge?

$$C = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 1 & \infty \\ 5 & 0 & 4 & 1 \\ \infty & -1 & 0 & \infty \\ 7 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. (10 Punkte) A sei ein Entscheidungsproblem. Bestimmen Sie die logischen Beziehungen zwischen den folgenden Aussagen. (Geben Sie für jedes Paar von Aussagen an, ob eine Aussage aus der anderen folgt, ob sie logisch äquivalent sind, oder ob sie sich ausschließen.)

- (a) A ist NP-vollständig.
- (b) A ist stark NP-vollständig.
- (c) Wenn es einen pseudopolynomiellen Algorithmus für A gibt, dann ist $P = NP$.
- (d) $A \in NP$.
- (e) Wenn $P \neq NP$, dann gibt es keinen polynomiellen Algorithmus für A .