

**Entwurf und Analyse von Algorithmen**

Günter Rote, Tobias Lenz, Sven Scholz

**Abgabe** 7.2.2006 bis 12 Uhr s.t. in den entsprechenden Fächern

---

**Aufgabe 1** Dynamisches Programmieren

0 Punkte

Gesucht ist ein Algorithmus **LCS**, der von zwei gegebenen Zeichenketten eine längste gemeinsame Teilfolge findet. Eine Teilfolge zweier Zeichenketten  $x, y$  heißt gemeinsame Teilfolge der Länge  $l$ , wenn zwei streng monoton wachsende Indexfolgen  $i_k, j_k, 1 \leq k \leq l$ , existieren, so dass  $\forall 1 \leq k \leq l : x_{i_k} = y_{j_k}$ .

Ruft man z.B. **LCS** (**LOGARITHMUS**, **ALGORITHMUS**) auf, so sind **LGRITHMUS** und **LORITHMUS** beides korrekte Lösungen, da es keine längere gemeinsame Teilfolge gibt.

Nutzen Sie dynamisches Programmieren, um das Problem effizient zu lösen.

*Hinweis:* Überlegen Sie sich zuerst eine einfache rekursive Lösung.

**Aufgabe 2** Einfache Wege

0 Punkte

Ein *einfacher Weg* in einem Graphen zwischen zwei Knoten  $s, t$  ist ein Weg von  $s$  nach  $t$ , der keinen Knoten mehrfach besucht. Zeigen Sie mittels Reduktion, dass das Problem einen längsten einfachen Weg zu finden NP-schwer ist.

**Aufgabe 3** NP-Vollständigkeit

10 Punkte

Das Partitionierungsproblem ist, zu entscheiden, ob eine Menge  $M$  von ganzen Zahlen so in zwei Mengen  $M_1, M_2$  zerteilt werden kann, dass  $M_1 \cup M_2 = M, M_1 \cap M_2 = \emptyset$  und  $\sum_{x \in M_1} x = \sum_{y \in M_2} y$ .

Zeigen Sie, dass das Partitionierungsproblem NP-vollständig ist.

**Aufgabe 4** Rekursionsgleichungen

0 Punkte

Finden Sie geschlossene Ausdrücke für die asymptotische Größe der folgenden Rekursionsgleichungen. Machen Sie ggf. sinnvolle Annahmen über Rekursionsanker.

(a)  $T(n) = 4T(n/2) + \log n$

(b)  $T(n) = 2T(n-3) + 1$

(c)  $T(n) = T(\sqrt{n}) + n$

(d)  $T(n) = T(n/4) + T(n/8) + 7$