
Achtung: Dies ist kein reguläres Hausaufgaben-Übungsblatt und wird deshalb nicht bewertet. Ziel der Aufgaben ist es, die Grundkenntnisse über diskrete Stochastik aus der Vorlesung Maf1 wieder aufzufrischen (die entsprechenden Definitionen können im Skript oder in den eigenen Aufzeichnungen nachgeschlagen werden). Die Lösung der Aufgaben werden in den ersten Tutorien besprochen.

1) Wiederholen Sie die Definitionen von Ereignissen, diskreten Wahrscheinlichkeitsräumen, bedingter Wahrscheinlichkeit sowie der Unabhängigkeit von zwei Ereignissen und wenden Sie diese Kenntnisse im folgenden Beispiel an:

Es sei $\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}$ der Wahrscheinlichkeitsraum eines Würfels mit Gleichverteilung \Pr und $(\Omega_2, \Pr_2) = (\Omega, \Pr) \times (\Omega, \Pr)$ der Wahrscheinlichkeitsraum von zwei unabhängigen Würfeln (die Würfel sind unterscheidbar, wir nennen sie Würfel 1 und Würfel 2 und schreiben die Elementarereignisse als (a_1, a_2)).

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse in Ω_2 :

A : Würfel 1 zeigt eine 4

B : Die Summe von beiden Würfeln ist 9

C : Die Summe von beiden Würfeln ist 7

D : Würfel 2 zeigt eine ungerade Zahl

E : Würfel 1 zeigt eine ungerade Zahl

b) Bestimmen Sie von den obigen Ereignissen alle Paare von unabhängigen Ereignissen.

2) Wiederholen Sie die Definitionen von Zufallsvariablen und Erwartungswerten und wenden Sie diese Kenntnisse im folgenden Beispiel an:

Wir übernehmen den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω_2, \Pr_2) aus Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Erwartungswerte der folgenden Zufallsvariablen:

$$X((a_1, a_2)) = 6a_1 + a_2$$

$$Y((a_1, a_2)) = a_1^2$$

$$Y'((a_1, a_2)) = a_1^2 + a_2^2$$

$$Z((a_1, a_2)) = |a_2 - a_1|$$

3) Wir betrachten ein Experiment von 5 Münzwürfen (unabhängig, gleichverteilt) und bezeichnen mit (Ω, \Pr) den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsraum. Welche Wahrscheinlichkeit haben die folgenden Ereignisse:

A : Zahl ist genau dreimal gefallen

B : Die ersten 2 Ergebnisse waren Zahl

C : Das erste und das letzte Ergebnis sind gleich

D : Das erste und das zweite Ergebnis sind verschieden.