

**Aufgabe 1:**

(1+1+3 Punkte)

- a) Wir betrachten die von einem Würfel angezeigte Zahl (ein Wurf, Gleichverteilung) als eine Zufallsgröße  $X$ . Bestimmen Sie die Varianz  $Var(X)$ .
- b) Wir verwenden jetzt sechs unabhängige Würfel und betrachten die Zufallsvariable  $Y$ , welche die Summe der geworfenen Augen repräsentiert. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von  $Y$ .
- c) Wir interessieren uns für die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf (aller sechs Würfel) die Variable  $Y$  mindestens  $\frac{5}{3}$  des erwarteten Wertes erreicht. Schätzen Sie diese Wahrscheinlichkeit mit der Markov-Ungleichung und mit der Tschebyscheff-Ungleichung ab. Bestimmen Sie den genauen Wert für dieses Ereignis und bewerten Sie die Abschätzungsergebnisse.

**Aufgabe 2:**

(2+2+3 Punkte)

Es sei  $X$  eine Zufallsvariable, die gleichverteilt über dem Intervall  $\Omega = [0, 6]$  ist (d.h. die Dichtefunktion von  $X$  ist  $\frac{1}{6}$  im Intervall  $[0, 6]$  und 0 sonst).

- a) Bestimmen Sie für die Zufallsvariable  $Y = X^2$  den Erwartungswert  $E(Y)$  und die Varianz  $Var(Y)$ .
- b) Beschreiben Sie die Verteilung und die Dichtefunktion der Variable  $Y = X^2$ .
- c) Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit  $\Pr(Y \geq 25)$  mit der Markov-Ungleichung und mit der Tschebyscheff-Ungleichung ab. Bewerten Sie die Abschätzungen durch Vergleich mit dem exakten Wert von  $\Pr(Y \geq 64)$ .

**Aufgabe 3:**

(3 Punkte)

Im Tutorium beweisen Sie, dass für jeden Vektor  $\vec{v} \in V$  die Gleichung  $0 \cdot \vec{v} = \vec{0}$  gilt.

Leiten Sie daraus und aus den Vektorraumeigenschaften ab, dass für jeden Vektor  $\vec{v} \in V$  die Gleichung  $(-1) \cdot \vec{v} = -\vec{v}$  gilt. Dabei ist  $-1$  das additions-inverse Element der 1 aus dem Körper und  $-\vec{v}$  ist der zu  $\vec{v}$  inverse Vektor bezüglich der Vektoraddition.

**Aufgabe 4:**

(6 Punkte)

Wir betrachten die Punkte  $O = (0, 0, 0)$ ,  $P = (1, 2, 1)$  und  $Q = (-1, 1, 2)$  und bezeichnen mit  $\vec{u}$  bzw.  $\vec{v}$  die Ortsvektoren von  $P$  bzw.  $Q$  bezüglich des Ursprungs  $O$ . Mit  $E(O, P, Q)$  bezeichnen wir die von den drei Punkten aufgespannte Ebene im Raum, d.h. die Menge aller Punkte  $S$  deren Ortsvektoren  $\vec{OS}$  sich in der Form  $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$  darstellen lassen.

Übersetzen Sie die folgenden Aufgabenstellungen in lineare Gleichungssysteme und beantworten Sie die Fragen durch Lösung (bzw. Untersuchung der Lösbarkeit) des Systems:

- a) Ist der Punkt  $(3, 2, -1)$  in  $E(O, P, Q)$ ?
- b) Ist der Punkt  $(4, 1, -2)$  in  $E(O, P, Q)$ ?
- c) Schneidet die Gerade  $g$ , die durch die Punkte  $A = (1, 0, 1)$  und  $B = (3, 1, 2)$  geht, die Ebene  $E(O, P, Q)$  und wenn ja in welchem Punkt?